



HvA-HES Amsterdam, Fraijlemaborg 133, 1102 CV Amsterdam
Postbus 22575, 1100 DB Amsterdam

Naam:

Studentnummer:

Klas/groep:

Nummer Studiegids:

1012_KM1-T1

Code onderwijseenheid:

KM1VPAFE01

Toets 1

Opleidingen:

FRE

Datum:

05-11-2013

Tijd:

11.45 – 13.45 uur

Alleen deze bladen inleveren!
Let op je naam, studentnummer en klas

Dit tentamen is aaneen geniet en dient aaneen geniet te blijven. Het bestaat uit 8 opgaven gevolgd door ruimte die dient als **kladpapier**. Meer kladpapier is er niet. Lever alles in, dus ook het kladpapier! Schrijf de **uitwerkingen binnen de daartoe bestemde kaders**. Bij ruimtegebrek kan de lege achterkant ernaast worden gebruikt. Verwijs hier dan na b.v. met een pijl.

- Het is toegestaan om gebruik te maken van een door de HES verstrekte (gewone) rekenmachine. Het gebruik van een grafische rekenmachine is **niet** toegestaan.
- Uitwerkingen van opgaven dienen vergezeld te gaan van motivatie en/of berekening. Geef de volledige uitwerking. De wijze van presentatie kan van invloed zijn op de beoordeling. Als u een opgave onduidelijk vindt, vermeldt u dit met argumenten; vervolgens beschrijft u welke aanname(n) u doet om de opgave alsnog te kunnen maken.
- De puntenverdeling staat bij de opgave per onderdeel vermeld tussen < >. Totaal 50 punten.
- Veel succes gewenst!

Opgave 1 <2,2>

a) Tussen de variabelen y en x bestaat het volgende verband: $y = -0,5x + 10$. Herleid deze vergelijking zodanig dat x wordt geschreven als functie van y .

b) Los de volgende eerstegraads vergelijking op: $-4(2+p) + 8p = 8(p+4) + 12p$

Opgave 2 <3,4>

a) Los op: $1000 \cdot (1 + R)^{40} = 3500$. Rond antwoord af op drie decimalen.

b) Los x en y op uit:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 5x + 2y = 27 \end{cases}$$

Opgave 3 <2,3>

- a) De koers van aandeel A was gisteren 46% lager dan de koers van aandeel B. Hoeveel procent was de koers van aandeel B gisteren hoger dan de koers van aandeel A? Rond antwoord af op één decimaal.

- b) De waarde van een aandeel is in 2009 met 3% gestegen, in 2010 met 5% gestegen, in 2011 met 4% gedaald, en in 2012 met 6% gestegen. Bereken het gemiddelde rendement per jaar gedurende de periode van vier jaar. Kies het juiste gemiddelde, dit is **niet** het rekenkundige gemiddelde. Rond antwoord af op één decimaal.

Opgave 4 <5,3>

- a) Van een **exponentiële** functie F van t is gegeven $F(10)=4$ en $F(50)=20$. Bepaal het functievoorschrift van F . Rond in het antwoord af op 4 decimalen.

- b) Vereenvoudig zo ver mogelijk, maar schrijf in het antwoord uitsluitend positieve exponenten:

$$p^{-3} \cdot q^2 \cdot (p^{\frac{1}{2}} \cdot q^{-\frac{3}{2}})^{-4}$$

Opgave 5 <2 + 3 + 3 + 3>

Op een middelbare school in de Bijlmer zitten in totaal 1000 leerlingen. Aan **iedere** leerling is gevraagd hoeveel hij of zij per week verdient met bijbaantjes. Het resultaat van dit onderzoek staat in onderstaande tabel. Geef de antwoorden in twee decimalen nauwkeurig. De lege kolommen in de tabel kunnen worden gebruikt voor berekeningen. Indien vraag 5a of 5c met de functies op rekenmachine worden berekend schrijf dan zo exact mogelijk op wat is ingetoetst.

Weekinkomen (euro's)	Frequentie		
0 –< 20	260		
20 –< 40	302		
40 –< 50	258		
50 –< 60	82		
60 –< 80	60		
80 –< 100	38		
	1000		

a) Bepaal het gemiddelde weekinkomen op grond van de gegeven frequentieverdeling.

b) Bereken de mediaan. Gebruik de gegeven frequentieverdeling.

Herhaling van de tabel op de vorige bladzijde:

Weekinkomen (euro's)	Frequentie		
0 < 20	260		
20 < 40	302		
40 < 50	258		
50 < 60	82		
60 < 80	60		
80 < 100	38		
	1000		

c) Bereken de variantie. Gebruik de gegeven frequentieverdeling.

d) Bepaal de modus van de gegeven frequentieverdeling. Motiveer het antwoord.

Opgave 6 <2 + 3 >

Een groep van zeven personen bestaat uit vier vrouwen en drie mannen.

a) Op hoeveel manieren kan uit deze groep van zeven een groep van vijf worden gevormd indien deze groep van vijf bestaat uit drie vrouwen en twee mannen?

b) Uit de groep van zeven worden twee personen geloot. Hoe groot is de kans dat het gelote tweetal bestaat uit een vrouw en een man? Geef het antwoord in drie decimalen nauwkeurig.

Opgave 7 <2 + 3 >

Een groep van 200 personen bestaat uit 120 mannen en 80 vrouwen. Van de mannen draagt 20% een bril en van de vrouwen draagt 30% een bril. Geef de antwoorden in twee decimalen nauwkeurig.

a) Indien uit de groep van 200 personen één willekeurige persoon wordt gekozen, hoe groot is dan de kans dat deze persoon een bril draagt?

- b) Indien uit de personen die een bril dragen op willekeurige wijze één persoon wordt gekozen, hoe groot is dan de kans dat dit een man is?

Opgave 8 <2 + 3 >

- a) Onderstaande reeksen enkelvoudige indexcijfers hebben betrekking op de omzetten van een onderneming in de periode 2005 - 2012. De basis lag aanvankelijk op 2005, maar is in 2011 verlegd.

Jaar	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Serie A	100	105,1	111,2	104,4	105,0	106,2	107,4	
Serie B							100	108,5

Vul de ontbrekende (enkelvoudige) indexcijfers in (één decimaal nauwkeurig). Vergeet 2012 niet.

- b) Van een pakket producten zijn de volgende gegevens omtrent prijs en afzet in twee verschillende jaren gegeven:

Product	Basisjaar Prijs (€/stuk)	Basisjaar Afzet (stuks)	Verslagjaar Prijs (€/stuk)	Verslagjaar Afzet (stuks)
P ₁	20	10400	24	11500
P ₂	135	480	130	490
P ₃	58	2500	60	2600

Bereken het prijsindexcijfer van Laspeyres op één decimaal nauwkeurig.

EINDE TENTAMEN

UITWERKINGEN

Opgave 1 <2,2>

- a) Tussen de variabelen y en x bestaat het volgende verband: $y = -0,5x + 10$. Herleid deze vergelijking zodanig dat x wordt geschreven als functie van y .

$$\begin{aligned} y + 0,5x &= 10 \\ 0,5x &= -y + 10 \\ x &= -2y + 20 \end{aligned}$$

- b) Los de volgende eerstegraads vergelijking op: $-4(2+p) + 8p = 8(p+4) + 12p$

$$\begin{aligned} -8 - 4p + 8p &= 8p + 32 + 12p \\ -8 + 4p &= 20p + 32 \\ -8 - 16p &= 32 \\ -16p &= 40 \\ p &= -2,5 \end{aligned}$$

Opgave 2 <3,4>

- a) Los op: $1000 \cdot (1 + R)^{40} = 3500$. Rond antwoord af op drie decimalen.

$$\begin{aligned} (1 + R)^{40} &= 3,5 \\ 1 + R &= \sqrt[40]{3,5} = 1,032 \\ R &= 0,032 \end{aligned}$$

- b) Los x en y op uit:

$$\begin{cases} 3x - 4y = -2 \\ 5x + 2y = 27 \end{cases}$$

$$3x - 4y = -2$$

1ste verg.: $x5$	$15x - 20y = -10$	optellen geeft $-26y = -91$, dus $y = 3,5$
2de verg.: $x - 3$	$-15x - 6y = -81$	
1ste verg.: $x1$	$3x - 4y = -2$	optellen geeft $13x = 52$, dus $x = 4$
2de verg.: $x 2$	$10x + 4y = 54$	

oplossing: $x = 4$ en $y = 3,5$

Opgave 3 <2,3>

- a) De koers van aandeel A was gisteren 46% lager dan de koers van aandeel B. Hoeveel procent was de koers van aandeel B gisteren hoger dan de koers van aandeel A? Rond antwoord af op één decimaal.

Factor van B naar A: 0,54
 Factor van A naar B: omgekeerde van 0,54, dus 1,85185,
 Dus koers van B was 85,2% hoger dan die van A

- b) De waarde van een aandeel is in 2009 met 3% gestegen, in 2010 met 5% gestegen, in 2011 met 4% gedaald, en in 2012 met 6% gestegen. Bereken het gemiddelde rendement per jaar gedurende de periode van vier jaar. Kies het juiste gemiddelde, dit is **niet** het rekenkundige gemiddelde. Rond antwoord af op één decimaal.

De groeifactoren per jaar zijn respectievelijk 1,03, 1,05, 0,96 en 1,06.
 De groeifactor over de gehele 4 jaar = $1,03 \times 1,05 \times 0,96 \times 1,06$.
 De gemiddelde groeifactor per jaar = $\sqrt[4]{1,03 \times 1,05 \times 0,96 \times 1,06} = 1,02424$.
 Het gemiddelde rendement per jaar bedraagt dus 2,4%

Opgave 4 <5,3>

- a) Van een **exponentiële** functie F van t is gegeven $F(10)=4$ en $F(50)=20$. Bepaal het functievoorschrift van F. Rond in het antwoord af op 4 decimalen.

Functievoorschrift: $F(t) = a \cdot b^t$
 De groeifactor over 40 eenheden bedraagt 20 gedeeld door 4, dus 5;
 per eenheid is dat gemiddeld $\sqrt[40]{5} = 1,495348781$, dus $b = 1,4953$.
 Onafgeronde waarde van b invullen in bv. $F(10) = 4$: $a \cdot 1,495348781^{10} = 4$, dus $a = 0,0716$.
 Antwoord: $F(t) = 0,0716 \cdot 1,4953^t$

- b) Vereenvoudig zo ver mogelijk, maar schrijf in het antwoord uitsluitend positieve exponenten:

$$p^{-3} \cdot q^2 \cdot \left(p^{\frac{1}{2}} \cdot q^{-\frac{3}{2}}\right)^{-4}$$

$$p^{-3} \cdot q^2 \cdot p^{-2} \cdot q^6 = p^{-5} \cdot q^8 = \frac{q^8}{p^5}$$

Opgave 5 <2 + 3 + 3 + 3>

Op een middelbare school in de Bijlmer zitten in totaal 1000 leerlingen. Aan **iedere** leerling is gevraagd hoeveel hij of zij per week verdient met bijbaantjes. Het resultaat van dit onderzoek staat in onderstaande tabel. Geef de antwoorden in twee decimalen nauwkeurig. De lege kolommen in de tabel kunnen worden gebruikt voor berekeningen. Indien vraag 5a of 5c met de functies op rekenmachine worden berekend schrijf dan zo exact mogelijk op wat is ingetoetst.

Weekinkomen (euro's)	Frequentie	Cumulatieve frequentie	Cum.rel.freq.
0 –< 20	260	260	26,0%
20 –< 40	302	562	56,2%
40 –< 50	258	820	82,0%
50 –< 60	82	902	90,2%
60 –< 80	60	962	96,2%
80 –< 100	38	1000	100%
	1000		

a) Bepaal het gemiddelde weekinkomen op grond van de gegeven frequentieverdeling.

$$\text{Gemiddelde} = \frac{10 \times 260 + 30 \times 302 + \dots + 90 \times 38}{1000} = 35,4 \text{ euro}$$

b) Bereken de mediaan. Gebruik de gegeven frequentieverdeling.

$$\text{Mediaan} = 20 + \frac{50-26}{56,2-26} \times (40 - 20) = 35,9$$

Herhaling van de tabel op de vorige bladzijde:

Weekinkomen (euro's)	Frequentie	Frequentiedichtheid per 20 euro	
0 –< 20	260	260	
20 –< 40	302	302	
40 –< 50	258	516	
50 –< 60	82	164	
60 –< 80	60	60	
80 –< 100	38	38	
	1000		

c) Bereken de variantie. Gebruik de gegeven frequentieverdeling.

Calculator
Mode SD
10 ; 260 M+
30 ; 302 M+
.....
90 ; 38 M+
S-VAR keuze 2 (populatie!) geeft 20,42

d) Bepaal de modus van de gegeven frequentieverdeling. Motiveer het antwoord.

Modus is het midden van de klasse met de grootste frequentiedichtheid, dus 45.

Opgave 6 <2 + 3 >

Een groep van zeven personen bestaat uit vier vrouwen en drie mannen.

a) Op hoeveel manieren kan uit deze groep van zeven een groep van vijf worden gevormd indien deze groep van vijf bestaat uit drie vrouwen en twee mannen?

Op ${}^4C_3 \times {}^3C_2 = 4 \times 3 = 12$ manieren

b) Uit de groep van zeven worden twee personen geloot. Hoe groot is de kans dat het gelote tweetal bestaat uit een vrouw en een man? Geef het antwoord in drie decimalen nauwkeurig.

$$\text{Kans} = \frac{{}^4C_1 \cdot {}^3C_1}{{}^7C_2} = 0,57$$

Opgave 7 <2 + 3 >

Een groep van 200 personen bestaat uit 120 mannen en 80 vrouwen. Van de mannen draagt 20% een bril en van de vrouwen draagt 30% een bril. Geef de antwoorden in twee decimalen nauwkeurig.

- a) Indien uit de groep van 200 personen één willekeurige persoon wordt gekozen, hoe groot is dan de kans dat deze persoon een bril draagt?

	bril	geen bril	
man	24		120
vrouw	24		80
	48		200
kans (bril) = 48 / 200 = 0,24			

- b) Indien uit de personen die een bril dragen op willekeurige wijze één persoon wordt gekozen, hoe groot is dan de kans dat dit een man is?

$$\text{Kans (man | bril)} = \frac{\text{kans (man en bril)}}{\text{kans (bril)}} = \frac{\frac{24}{200}}{\frac{48}{200}} = 0,5$$

Opgave 8 <2 + 3 >

- a) Onderstaande reeksen enkelvoudige indexcijfers hebben betrekking op de omzetten van een onderneming in de periode 2005 - 2012. De basis lag aanvankelijk op 2005, maar is in 2011 verlegd.

Jaar	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Serie A	100	105,1	111,2	104,4	105,0	106,2	107,4	116,5
Serie B	93,1	97,9	103,5	97,2	97,8	98,9	100	108,5

Vul de ontbrekende (enkelvoudige) indexcijfers in (één decimaal nauwkeurig). Vergeet 2012 niet.

- b) Van een pakket producten zijn de volgende gegevens omtrent prijs en afzet in twee verschillende jaren gegeven:

Product	Basisjaar Prijs (€/stuk)	Basisjaar Afzet (stuks)	Verslagjaar Prijs (€/stuk)	Verslagjaar Afzet (stuks)
P ₁		20	10400	24
P ₂		135	480	130
P ₃		58	2500	60
				11500
				490
				2600

Bereken het prijsindexcijfer van Laspeyres op één decimaal nauwkeurig.

$$P^L = \frac{24 \cdot 10400 + 130 \cdot 480 + 60 \cdot 2500}{20 \cdot 10400 + 135 \cdot 480 + 58 \cdot 2500} \cdot 100\% = 110,6\%$$