

Oefenopgaven KM1 1FRE 2013 - 2014

Opgave 1

Een groep beleggers heeft als rendementseis dat in een periode van 7 jaar een gemiddeld rendement van 6% wordt behaald. Stel dat het gemiddelde rendement in de eerste 5 jaar 4,5% bedraagt. Bereken in één decimaal nauwkeurig het rendement dat gemiddeld in het zesde en zevende jaar nog moet worden behaald om alsnog aan de rendementseis te voldoen (let op: rente op rente!)

Opgave 2

De kansvariabele \underline{x} is binomiaal verdeeld met $n = 93$ en $p = 0.3$

Bereken, waar mogelijk, in 4 decimalen nauwkeurig:

(i) $P(\underline{x} \geq 33)$

(ii) $\sigma(\underline{x})$

Uitwerking:

Opgave 3

De kansvariabele \underline{z} is standaard normaal verdeeld.

Bereken in 4 decimalen nauwkeurig:

(i) $P(\underline{z} < 0,63)$

(ii) $P(\underline{z} > 1,44)$

(iii) $P(-0,99 < \underline{z} < 0,55)$

Uitwerking:

Opgave 4

Van een normaal verdeelde kansvariabele \underline{t} is gegeven:

$E(\underline{t}) = 34,4$ en $P(\underline{t} < 40,8) = 0,99$.

Bereken $\sigma(\underline{t})$ in twee decimalen nauwkeurig.

Uitwerking:

Opgave 5

Gegeven is de volgende kansverdeling van kansvariabele \underline{x} :

k	P($\underline{x} = k$)
10	0,4
100	0,3
1000	0,2
10.000	0,1

- (i) Bereken $E(\underline{x})$
- (ii) Bereken $\sigma(\underline{x})$.

Uitwerking:

Opgave 6

Gegeven zijn twee onderling onafhankelijke variabelen \underline{x} en \underline{y} . Ook zijn de uitkomsten van \underline{x} onderling onafhankelijk. Verder is gegeven: $E(\underline{x}) = 7,3$, $E(\underline{y}) = 10,2$, $\sigma(\underline{x}) = 1,2$ en $\sigma(\underline{y}) = 2,2$.

Bereken, waar mogelijk, in 2 decimalen nauwkeurig:

- (i) $E(4\underline{x} - 8)$
- (ii) $\sigma(0.4\underline{x} + 200)$
- (iii) $\sigma(\underline{x} - \underline{y})$
- (iv) $\sigma(\underline{x} + \underline{x} + \underline{x} + \underline{x})$

Uitwerking:

Opgave 7

De jaarrendementen op aandeel A kunnen worden beschouwd als een normaal verdeelde kansvariable. De verwachtingswaarde bedraagt 6.5% en de standaardafwijking 8.4%.

- (i) Bereken de kans dat het rendement op A in een willekeurig jaar positief zal zijn (twee decimalen).
- (ii) Bepaal de bovengrens van het risicoprofiel van A (twee decimalen).
(dit is het 95%-voorspellingsinterval voor de rendementen in een willekeurig jaar)

EINDE

UITWERKINGEN

Opgave 1

Een groep beleggers heeft als rendementseis dat in een periode van 7 jaar een gemiddeld rendement van 6% wordt behaald. Stel dat het gemiddelde rendement in de eerste 5 jaar 4,5% bedraagt.

Bereken in één decimaal nauwkeurig het rendement dat gemiddeld in het zesde en zevende jaar nog moet worden behaald om alsnog aan de rendementseis te voldoen (let op: rente op rente!)

Antwoord: stel g is de groeifactor die hoort bij het gevraagde rendement; nu moet gelden:

$$g^2 \times 1,045^5 = 1,06^7 \text{ dus } g = \sqrt{1,06^7 \times 1,045^{-5}} \approx 1,0984 \text{ dus het antwoord is ca. } 9,8\%.$$

Opgave 2

De kansvariabele \underline{x} is binomiaal verdeeld met $n = 93$ en $p = 0.3$

Bereken, waar mogelijk, in 4 decimalen nauwkeurig:

(i) $P(\underline{x} \geq 33)$

(ii) $\sigma(\underline{x})$

Uitwerking:

$$P(\underline{x} \geq 33) = 1 - P(\underline{x} \leq 32) = 0,1491$$

$$\sigma^2(\underline{x}) = n \times p = 93 \times 0,3 = 27,7 \text{ dus } \sigma(\underline{x}) = \sqrt{27,7} \approx 5,2631$$

Opgave 3

De kansvariabele \underline{z} is standaard normaal verdeeld.

Bereken in 4 decimalen nauwkeurig:

(i) $P(\underline{z} < 0,63)$

(ii) $P(\underline{z} > 1,44)$

(iii) $P(-0,99 < \underline{z} < 0,55)$

Uitwerking:

Hier NORMSDIST gebruiken

$$P(\underline{z} < 0,63) = 0,7357$$

$$P(\underline{z} > 1,44) = 1 - P(\underline{z} < 1,44) = 0,0749$$

$$P(-0,99 < \underline{z} < 0,55) = P(\underline{z} < 0,55) - P(\underline{z} < -0,99) = 0,5478$$

Opgave 4

Van een normaal verdeelde kansvariabele \underline{t} is gegeven:

$$E(\underline{t}) = 34,4 \text{ en } P(\underline{t} < 40,8) = 0,99.$$

Bereken $\sigma(\underline{t})$ in twee decimalen nauwkeurig.

Uitwerking:

$$\text{NORMSINV}(0,99) \approx 2,326348$$

$$\sigma(\underline{t}) = (40,8 - 34,4) / 2,326348 \approx 2,75$$

Opgave 5

Gegeven is de volgende kansverdeling van kansvariabele \underline{x} :

k	P($x = k$)
10	0,4
100	0,3
1000	0,2
10.000	0,1

- (i) Bereken $E(x)$
- (ii) Bereken $\sigma(x)$.

Uitwerking:

m.b.v. eenvoudige rekenmachine, mode SD, invoeren 10;0,4 M+ .. 10000;0,1 M+; de antwoorden zijn: $E(x) = 1234$; $\sigma(x) \approx 2946,2$

Opgave 6

Gegeven zijn twee onderling onafhankelijke variabelen x en y . Ook zijn de uitkomsten van x onderling onafhankelijk. Verder is gegeven: $E(x) = 7,3$, $E(y) = 10,2$, $\sigma(x) = 1,2$ en $\sigma(y) = 2,2$.

Bereken, waar mogelijk, in 2 decimalen nauwkeurig:

- (i) $E(4x - 8)$
- (ii) $\sigma(0.4x + 200)$
- (iii) $\sigma(x - y)$
- (iv) $\sigma(x + x + x + x)$

Uitwerking:

$$E(4x - 8) = 4 E(x) - 8 = 21,2$$

$$\sigma(0.4x + 200) = 0,4 \sigma(x) = 0,48$$

$$\sigma(x - y) = \sqrt{\sigma^2(x) + \sigma^2(y)} = 2,51$$

$$\sigma(x + x + x + x) = \sqrt{\sigma^2(x) + \sigma^2(x) + \sigma^2(x) + \sigma^2(x)} = \sqrt{4\sigma^2(x)} = 2\sigma(x) = 4,4$$

ZIE BOEK, pag. 132+133 en opg. 4.7, 4.15 en de WebCT-quizen

Opgave 7

De jaarrendementen op aandeel A kunnen worden beschouwd als een normaal verdeelde kansvariable. De verwachtingswaarde bedraagt 6.5% en de standaardafwijking 8.4%.

- (i) Bereken de kans dat het rendement op A in een willekeurig jaar positief zal zijn (twee decimalen).
- (ii) Bepaal de bovengrens van het risicoprofiel van A (twee decimalen).
(dit is het 95%-voorspellingsinterval voor de rendementen in een willekeurig jaar)

Uitwerking:

Stel x = rendement per jaar; $P(x > 0) = 0,78$ (NORMDIST)

Voor het interval: linker overschrijdingskans = 0,025; m.b.v. NORMSINV vinden we ca. 1,96; dus
Bovengrens = $6,5 + 1,96 \times 8,4 = 22,96\%$